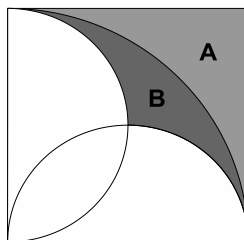


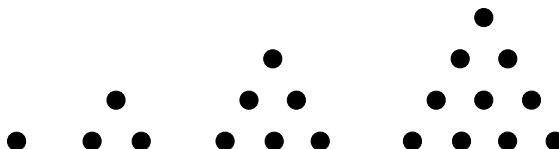
### Nível 3

1. Um grupo de homens e mulheres está sentado em volta de uma mesa redonda. Sabe-se que 7 das mulheres têm à sua direita uma outra mulher, e que 12 mulheres têm à sua direita um homem. Também se sabe que exatamente  $\frac{3}{4}$  dos homens têm à sua direita uma mulher. Diante destas informações, quantas pessoas estão em volta da mesa?

2. A figura a seguir representa um quadrado que foi dividido em várias regiões por arcos que são todos de metade ou um quarto de círculo. Interessado em estimar as áreas das regiões marcadas com as letras **A** e **B**, um estudante substituiu o número  $\pi$  por um certo número racional  $e$ , em consequência disso, obteve exatamente o mesmo valor para as duas áreas. Qual foi esse número racional utilizado no lugar de  $\pi$ ?



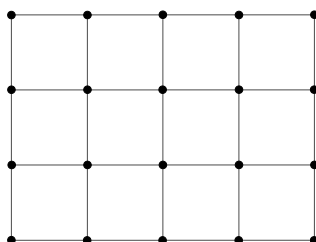
3. Os números 1, 3, 6, 10, 15, ..., chamam-se números triangulares e correspondem ao número de pontos igualmente espaçados e arranjados geometricamente em triângulos equiláteros, como na figura a seguir, que representa os quatro primeiros números triangulares.



(a) Qual é o número triangular mais próximo de 2014?

(b) Denotando por  $T_n$  o  $n$ -ésimo número triangular determine, em função de  $n$ , o valor de  $T_n^2 - T_{n-1}^2$ , para  $n \geq 2$  e utilize este resultado para obter a soma dos cubos dos números naturais até  $n$ , ou seja,  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ , em função de  $n$ .

4. O retângulo maior da figura a seguir é composto por doze quadrados menores, idênticos e cujos vértices são os pontos destacados na figura.



(a) Quantos triângulos podem ser formados escolhendo-se os três vértices dentre os pontos destacados?

(b) Quantos retângulos podem ser formados com todos os vértices nos pontos destacados?

5. Ana, Beatriz e Célia, compartilham um carro e, para decidirem quem vai usá-lo no próximo final de semana, usam o seguinte procedimento: quando Ana diz "Atenção, já!", cada uma das três, ao mesmo tempo, apresenta com os dedos um número de um a cinco, como em um jogo de "par ou ímpar". Ana soma o total de dedos apresentados e, então, conta até esse total, começando por ela mesma e apontando para cada uma das três, em sequência, na ordem alfabética de seus nomes. A garota em quem a contagem terminar é a escolhida. Considerando que o número apresentado por cada garota seja escolhido de maneira aleatória, com qualquer dos números de um a cinco tendo a mesma probabilidade de ser apresentado, calcule a probabilidade de cada uma das garotas ser a escolhida.

6. No conjunto dos números inteiros positivos, determine

(a) todos os trios de números cuja soma seja 23 e o produto seja 360;

(b) um par de números  $s$  e  $p$  tal que haja pelo menos três trios distintos com a mesma soma  $s$  e o mesmo produto  $p$ .